

ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ (5 класс)

Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями

$\frac{3}{4} < \frac{5}{4}; \quad \frac{9}{10} > \frac{7}{10}.$	Больше (меньше) та дробь, у которой числитель больше (меньше).
---	--

Примечание. 1. Правильная дробь меньше 1: $\frac{3}{4} < 1; \quad \frac{7}{12} < 1.$

2. Неправильная дробь больше 1 или равна ей: $\frac{8}{3} > 1, \text{ т.к. } \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}; \quad \frac{7}{7} = 1.$

Сравнение смешанных чисел

$4\frac{1}{4} > 2\frac{2}{3};$ $2\frac{1}{5} < 2\frac{2}{5}.$	Больше (меньше) то число, целая часть которого больше (меньше). С одинаковыми целыми частями больше (меньше) то число, дробная часть которого больше (меньше).
--	---

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$	Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.
$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}.$	
$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}$	Чтобы найти разность дробей с одинаковыми знаменателями, нужно из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить прежним.
$\frac{10}{11} - \frac{6}{11} = \frac{4}{11}.$	

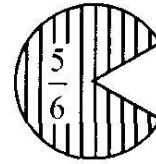
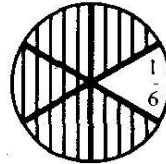
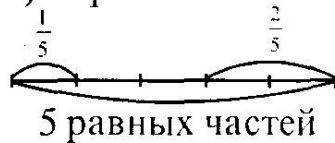
Умножение и деление дроби на натуральное число

$\frac{m}{n} \cdot p = \frac{m \cdot p}{n}$	Чтобы <u>умножить дробь на натуральное число</u> , нужно умножить на это число <u>ее числитель</u> , не меняя <u>знаменатель</u> .
$\frac{2}{9} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}.$	
$\frac{m}{n} : p = \frac{m}{n \cdot p}$	Чтобы <u>разделить дробь на натуральное число</u> , нужно умножить на это число <u>ее знаменатель</u> , не меняя <u>числитель</u> .
$\frac{7}{6} : 9 = \frac{7}{6 \cdot 9} = \frac{7}{54}.$	

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Понятие дроби

Дробные числа образуются при делении целой единицы (предмета) на равные части.



$\frac{5}{6}$	числитель	сколько взято равных частей
	знаменатель	на сколько равных частей разделена 1

Примечание: 1. Любое частное можно записать в виде дроби:

$$2:3 = \frac{2}{3}; \quad 8:5 = \frac{8}{5} \quad (\text{Черта дроби равносильна знаку деления ":"}).$$

2. Любое натуральное число можно записать дробью: $5 = \frac{5}{1}; \quad 3 = \frac{15}{5}.$

Виды дробей

$\frac{3}{4}; \frac{7}{8}; \frac{1}{6}$ Правильные ($a < b$) Числитель меньше знаменателя.	$\frac{a}{b}$ ($a \geq b$) Неправильные $\frac{5}{3}; \frac{8}{7}; \frac{9}{9}$. Числитель больше или равен знаменателю.
$5\frac{3}{4}; 1\frac{1}{3}$	Смешанные $A\frac{a}{b} = A + \frac{a}{b}$ A - целая часть дроби.

Выделение целой части из неправильной дроби

$\frac{67}{5} = 67:5 = 13 (\text{ост.} 2)$ $\begin{array}{r} 67 \\ - 5 \\ \hline 17 \\ - 15 \\ \hline 2 \end{array}$ $\frac{67}{5} = 13\frac{2}{5}$	1. Разделить с остатком числитель на знаменатель. 2. Записать смешанную дробь: целая часть - частное; числитель - остаток; знаменатель - делитель.
---	--

Запись смешанной дроби в виде неправильной дроби

$7\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 7 + 2}{3} = \frac{23}{3}$	Умножить знаменатель дробной части на целую часть и к произведению прибавить числитель, записать полученную сумму в числителе дроби, а знаменатель оставить прежним.
---	--

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	Произведение двух дробей равно дроби, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель - произведению знаменателей этих дробей.
---	---

Примеры: 1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{25} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 25} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$; 2) $\frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$;
 3) $3\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{11}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{11 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{11 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$.

Примечание. При умножении и делении смешанных дробей удобно сначала записать их в виде неправильных дробей.

Дробь $\frac{m}{n}$ называется обратной для дроби $\frac{n}{m}$.
Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными числами.
Дроби $\frac{m}{n}$ и $\frac{n}{m}$ – взаимно – обратные числа, т.к. $\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} = 1$.

$\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = \frac{m \cdot q}{n \cdot p}$	Чтобы разделить дробь на дробь, надо делимое умножить на дробь, обратную делителю.
---	--

Примеры:

$$c : \frac{a}{b} = \frac{b \cdot c}{a};$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}.$$

1) $\frac{7}{9} : \frac{5}{8} = \frac{7}{9} \cdot \frac{8}{5} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 5} = \frac{56}{45} = 1\frac{11}{45}$;

2) $8 : \frac{2}{3} = 8 \cdot \frac{3}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12$;

3) $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5} : \frac{2}{1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{2}{5}$;

4) $1\frac{1}{3} : 1\frac{7}{9} = \frac{4}{3} : \frac{16}{9} = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 16} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{3}{4}$.

Примечание. 1. Законы умножения для натуральных чисел справедливы и для обыкновенных дробей.

2. Черту в записи дроби можно рассматривать как знак де-

ления числителя на знаменатель: $\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2\frac{1}{3}$; $2 : 9 = \frac{2}{9}$.

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

1. Основное свойство дроби

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot p}{n \cdot p} \quad p \neq 0$$

Величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель умножить или разделить на одно и то же число, не равное 0.

Сократить дробь

— значит разделить числитель и знаменатель на их общий делитель, больший единицы.

Пример: 1) $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$; 2) $\frac{6}{15} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$ — несократима.

Примечание. Если дробь a/b можно сократить, то ее сокращают на НОД ($a; b$), получая несократимую дробь.

2. Приведение дробей к общему знаменателю (ОЗ)

Наименьший ОЗ несократимых дробей равен НОК их знаменателей: 1. $\frac{9}{16}$ и $\frac{23}{60}$; $\begin{array}{r l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ 2. НОК (16;60) = $60 \cdot 2 \cdot 2 = 240$. 3. $240 : 16 = 15$ (доп. мн-ль 1 дроби). $240 : 60 = 4$ (доп. мн-ль 2 дроби). 4. $\frac{9}{16} = \frac{9 \cdot 15}{16 \cdot 15} = \frac{135}{240}$; $\frac{23}{60} = \frac{23 \cdot 4}{60 \cdot 4} = \frac{92}{240}$.	<u>Алгоритм:</u> 1. Разложить каждый знаменатель на <u>простые множители</u>. 2. Найти НОК знаменателей. 3. Найти дополнительный множитель для каждой дроби, разделив (ОЗ) на знаменатель каждой дроби. 4. Умножить числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель.
--	--

3. Сравнение дробей с разными знаменателями

$\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{12}$ $\begin{array}{r} 9 = 3 \cdot 3 \\ 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$ НОК = $12 \cdot 3 = 36$ (ОЗ). $\frac{16}{36} > \frac{15}{36}$, т.е. $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$	1. Привести дроби к общему знаменателю (ОЗ). 2. Сравнить дроби по их числителям.
--	---

Деление десятичных дробей на натуральные числа

Пример 3.

$$296,4 : 24 = 12,35$$

$$\begin{array}{r} 296,40 \\ - 24 \\ \hline 56 \\ - 48 \\ \hline 84 \\ - 72 \\ \hline 120 \\ - 120 \\ \hline 0 \end{array}$$

В процессе деления при необходимости в делимом после запятой **дописывают нули.**

Ответы:

- 1) 7,48; 2) 6,35;
3) 3,625; 4) 0,375.

Пример 4.

$$653 : 125 = 5,224$$

$$\begin{array}{r} 653,000 \\ - 625 \\ \hline 280 \\ - 250 \\ \hline 300 \\ - 250 \\ \hline 500 \\ - 500 \\ \hline 0 \end{array}$$

Выполните деление:

- 1) $486,2 : 65$; 2) $381 : 60$; 3) $50,75 : 14$; 4) $3 : 8$.

МАТЕМАТИКА 5 КЛАСС

в десятичной дроби и действия с десятичными дробями

ДЕСЯТИЧНАЯ ДРОБЬ И ДЕЙСТВИЯ С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

Числа со знаменателями 10, 100, 1000 и т.д. можно записывать без знаменателя.

Примеры:

$$6\frac{2}{10} = 6,2; 11\frac{31}{100} = 11,31; 12\frac{24}{1000} = 12,024;$$

$$\frac{43}{100} = 0,43; \frac{21}{1000} = 0,021 \text{ и т.д.}$$

Если в конце десятичной дроби приписать или отбросить ноль, то получится десятичная дробь, равная данной.

Примеры:

$$0,24 = 0,240 = 0,2400; 21,300 = 21,30 = 21,3$$

Алгоритм сложения (вычитания) десятичных дробей:

- 1) уравнять в дробях количество знаков после запятой путем отбрасывания или добавления нулей;
- 2) записать дроби друг под другом таким образом, чтобы запятая была записана под запятой;
- 3) выполнить сложение (вычитание), не обращая внимание на запятую;
- 4) в полученном результате поставить запятую под запятой в исходных дробях

Примеры:

$$\begin{array}{r} 1) 12,14 + 3,181: \\ + 12,140 \\ + 3,181 \\ \hline 15,321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 2,110 - 1,04: \\ - 2,11 \\ - 1,04 \\ \hline 1,07 \end{array}$$

64018758264923846393

Сложение и вычитание запятая под запятой $12,74 + 3,5 \qquad 24 - 6,135$ $ \begin{array}{r} + 12,74 \\ \underline{3,50} \\ 16,24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 24,000 \\ \underline{6,135} \\ 17,865 \end{array} $	Умножение не обращая внимания на запятые; в ответе отделяем справа запятой столько цифр, сколько их после запятой в обоих множителях вместе $ \begin{array}{r} 0,215 \\ \times 0,23 \\ \hline 645 \\ + 430 \\ \hline 0,04945 \end{array} $
Деление на натуральное число $ \begin{array}{r} 19,2 \overline{) 8} \\ \underline{16} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array} $ сначала надо разделить целую часть, <u>поставить в частном запятую</u>; затем делить дробную часть	Деление на десятичную дробь надо делитель сделать натуральным числом; для этого запятую переносим в конец делителя, в делимом переносим запятую вправо на столько же знаков; затем выполняем деление на натур. число $ \begin{aligned} 3,76 : 0,4 &= 3,7,6 : 0,4, = 37,6 : 4 = 9,4 \\ 56,1 : 0,03 &= 56,10, : 0,03, = 5610 : 3 = 1870 \\ 18 : 0,15 &= 18,00, : 0,15, = 1800 : 15 = 120 \end{aligned} $

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Произведение десятичной дроби на натуральное число n – это сумма n слагаемых, каждое из которых равно данной дроби.

Примеры:

$$1,11 \cdot 3 = 1,11 + 1,11 + 1,11 = 3,33$$

Для того, чтобы умножить десятичную дробь на $10, 100, 1000$ и т.д., необходимо в этой десятичной дроби перенести запятую на количество нулей в множителе вправо.

Примеры:

$$0,004 \cdot 100 = 0,4; 2,1 \cdot 100 = 210; 0,008 \cdot 1000 = 8$$

Алгоритм деления десятичной дроби на натуральное число:

- 1) разделить дробь на это число, не обращая внимания на запятую;
- 2) поставить в получившемся частном запятую, когда закончится деление целой части исходного числа.

Примеры:

$$\begin{array}{r} 2,16 \overline{) 3} \\ \underline{0} \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21,44 \overline{) 4} \\ \underline{20} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Разделить десятичную дробь на $10, 100$ и т.д. означает перенести запятую в данной дроби на количество нулей в делителе влево.

Примеры:

$$3,12 : 100 = 0,0312; 0,21 : 10 = 0,021$$

Алгоритм перемножения двух десятичных дробей:

- 1) произвести умножение, не обращая внимания на запятую;
- 2) отделить в результате запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях суммарно.

Примеры:

$$\begin{array}{r} \times 1,2 \\ 3,6 \\ \hline 4,32 \end{array} \quad \boxed{1+1} \quad \begin{array}{r} \times 0,012 \\ 3,4 \\ \hline 0,0408 \end{array} \quad \boxed{3+1}$$

Алгоритм деления числа на десятичную дробь:

- 1) перенести в делимом и делителе запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
- 2) выполнить деление на натуральное число.

$$2,6 : 1,04 = 260 : 104 = 2,5$$

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

числитель

$$\frac{2}{3}$$

знаменатель

Правильная дробь:
числитель меньше
знаменателя

$$\frac{2}{3}$$

(дробь меньше 1)

Неправильная дробь:
числитель больше
знаменателя или равен ему

$$\frac{4}{3}; \frac{3}{3}$$

(дробь больше или равна 1)

Смешанная дробь

$$\text{целая часть} \rightarrow 1 \frac{1}{3} \leftarrow \text{дробная часть}$$

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{30}{45} = \frac{210}{315} = \dots \quad \text{можно продолжать бесконечно!}$$

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ

$$\frac{108}{150} = \frac{54}{75} = \frac{18}{25}$$

нет общих простых множителей у числителя и знаменателя – несократимая дробь

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ В ВИДЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ

$$7 \frac{1}{8} = \frac{7 \cdot 8 + 1}{8} = \frac{57}{8}$$

Умножить целую часть на знаменатель и прибавить числитель;
результат записать в числитель, знаменатель оставить прежним

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ В ВИДЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ

$$\frac{13}{5} = \frac{5 \cdot 2 + 3}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

Разделить числитель на знаменатель с остатком; целая часть смешанной дроби равна неполному частному, числитель дробной части – остаток от деления, знаменатель – прежний

Умножение десятичных дробей

Впереди дописываем один ноль.

Пример 3.

$$\begin{array}{r} 0,02 \\ \times 35 \\ \hline \end{array} = 0,70 = 0,7$$

2 2 цифры

Пример 4.

$$49 \cdot 0,00016 = 0,00784$$

$$\begin{array}{r} \times 0,00016 \\ \hline 49 \\ 144 \\ 64 \\ \hline 0,00784 \end{array}$$

5 5 цифр

В произведении получилось меньше цифр, надо отделить запятой. Впереди дописываем нуля.

Выполните действие:

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| 1) $8 \cdot 0,05$; | 2) $0,012 \cdot 6$; |
| 3) $57 \cdot 0,0062$; | 4) $0,28 \cdot 30$; |
| 5) $0,01 \cdot 94$; | 6) $37 \cdot 0,001$; |
| 7) $215 \cdot 0,0026$; | |
| 8) $620 \cdot 0,00005$. | |

Ответы:

- | | |
|------------|-----------|
| 1) 0,4; | 2) 0,072; |
| 3) 0,3534; | 4) 8,4; |
| 5) 0,94; | 6) 0,037; |
| 7) 0,559; | 8) 0,031. |