

Выражение a^n называется **степенью с натуральным показателем**. Ясно, что $a^1 = a$. Число a называется **основанием степени**, а n - **показателем степени**.

свойства степени:

1. $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$.
2. $a^n : a^k = a^{n-k}$, если $n > k$.
3. $(a^n)^k = a^{nk}$.
4. $a^n \cdot b^n = (ab)^n$.
5. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, $b \neq 0$.

Определение. Корнем n -й степени из числа a называется такое число b , n -й степень которого равна числу a .

По определению $\sqrt[n]{a} = b$, $b^n = a$

Здесь, a – число, находящееся под корнем, n – показатель корня, b – корень n -й степени из числа a .

Например, $\sqrt[3]{27} = 3$, $3^3 = 27$, $\sqrt[4]{16} = 2$, $2^4 = 16$, $\sqrt[3]{8} = 2$, $2^3 = 8$
свойства корней.

Рассмотрим случаи, когда показатель корня четный и нечетный.

Подкоренное число корня с четным показателем не может быть отрицательным.

Если показатель корня – нечетное число, то можно вычислить корень из любого числа.

Пример, $\sqrt[5]{-32} = -2$, $(-2)^5 = -32$, $\sqrt[4]{64} = 4$, $4^4 = 64$

Свойства корня n -й степени

$$1. \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

$$4. \left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 = 2$$

$$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$$

$$2. \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$5. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$\sqrt[4]{2 \cdot 5} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{5}$$

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[5 \cdot 3]{7}$$

$$3. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$$

$$6. \sqrt[nm]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt[7]{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt[7]{2}}{\sqrt[7]{9}}, 9 \neq 0$$

$$\sqrt[4 \cdot 5]{a^{3 \cdot 5}} = \sqrt[4]{a^3}$$

Степень с натуральным показателем

$$a^1 = a \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}} \quad a \in R, \quad n \in N, n \geq 2$$

Примеры. $3^1 = 3$; $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$;
 $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$
 $0^n = 0$; $1^n = 1$; $n \in N$

Степень с целым показателем

$$a^0 = 1 \quad a \neq 0$$

Примеры. $5^0 = 1$; $(-3)^0 = 1$
 0^0 — не определена

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0, n \in N$$

Примеры. $7^{-1} = \frac{1}{7}$, $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$, $(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$
 0^{-3} — не определена

Степень с дробным показателем

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a \geq 0, n \in N, n \geq 2$$

Примеры. $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$,
 $(-8)^{\frac{1}{3}}$ — не определена

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a > 0, n \in N, n \geq 2, m \in Z$$

Примеры. $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = 2^3 = 8$; $3^{-\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^{-2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{9}}$

Свойства степеней

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$2. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$$

$$3. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$$

$$4. (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$6. \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$7. \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Пример. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$